

Agnieszka Kamińska  
Dorota Ponczek

Plan wynikowy  
MATeMAtyka 3  
Zakres podstawowy



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2024

Plan wynikowy uwzględnia zmiany z 2024 r. wynikające z uszczuplenia podstawy programowej.

W związku z uszczupleniem przez MEN podstawy programowej, w rozkładzie materiału zmniejszyła się liczba godzin na realizację obowiązkowych zagadnień. Uzyskane w ten sposób dodatkowe godziny pozostają do dyspozycji nauczyciela w trakcie roku szkolnego. Zgodnie z założeniami MEN: *Ograniczony zakres treści nauczania – wymagań szczegółowych – da nauczycielom i uczniom więcej czasu na spokojniejszą i bardziej dogłębną realizację programów nauczania.*

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
<b>1. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA</b>				<b>23</b>
1. Potęga o wykładniku wymiernym – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja potęgi o wykładniku <math>\frac{1}{n}</math> liczby nieujemnej</li> <li>definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej</li> <li>prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje pierwiastek <math>n</math>-tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku <math>\frac{1}{n}</math></li> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>	K K K-P	2
2. Potęga o wykładniku rzeczywistym	<ul style="list-style-type: none"> <li>poglądowe określenie potęgi liczby dodatniej o wykładniku rzeczywistym</li> <li>twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach rzeczywistych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> <li>upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza ich wartość</li> <li>szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych</li> <li>stosuje w zadaniach twierdzenie o działaniach na potęgach</li> </ul>	K P-R P-R P-D	1
3. Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja funkcji wykładniczej</li> <li>wykres funkcji wykładniczej</li> <li>własności funkcji wykładniczej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> <li>sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> <li>szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności</li> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej</li> <li>wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych</li> </ul>	K K K-P P-R	2

		punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres	P	
4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych</li> <li>-</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> <li>- wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt</li> <li>- odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności</li> <li>- wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji</li> </ul>	<p>K-P</p> <p>P</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p>	1
5. Logarytm	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja logarytmu</li> <li>- własności logarytmu:  <math>\log_a 1 = 0, \log_a a = 1,</math>  <math>\log_a a^x = x, a^{\log_a b} = b,</math>                      gdzie: <math>a &gt; 0, a \neq 0, b &gt; 0</math> </li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza logarytm danej liczby</li> <li>- stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości</li> <li>- wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> <li>- udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierność liczb, np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>	<p>K-P</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> <p>D</p>	2
6. Logarytm dziesiętny	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie logarytmu dziesiętnego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych</li> <li>- oblicza wartości wyrażeń, stosując własności logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego</li> </ul>	<p>K</p> <p>K-P</p>	1
7. Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami</li> <li>- stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń</li> <li>- udowadnia twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu</li> </ul>	<p>K-R</p> <p>P-R</p> <p>W</p>	2
8. Logarytm potęgi	<ul style="list-style-type: none"> <li>- twierdzenie o logarytmie potęgi</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami</li> </ul>	<p>K-R</p>	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> <li>- udowadnia twierdzenie o logarytmie potęgi</li> </ul>	R-D W	
9. Funkcja logarytmiczna	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja funkcji logarytmicznej</li> <li>- wykres funkcji logarytmicznej</li> <li>- własności funkcji logarytmicznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> <li>- wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu</li> <li>- wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie</li> <li>- odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności</li> <li>- rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem</li> </ul>	K P P P-R R-D	2
10. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- przesunięcie wykresu funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych i podaje jej własności</li> </ul>	K-R	1
11. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzrost wykładniczy</li> <li>- rozpad promieniotwórczy</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>	P-D	2
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				5
<b>2. GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>				<b>18</b>
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> <li>- stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>	K P-D	2
2. Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na współrzędne środka odcinka</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza współrzędne środka odcinka, jeśli dane są współrzędne jego końców</li> <li>- wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca</li> </ul>	K P	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>	P-D	
3. Okrąg w układzie współrzędnych (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych</li> <li>- równanie okręgu w postaci kanonicznej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu</li> <li>- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu</li> <li>- podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu</li> <li>- wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> <li>- wyznacza równanie okręgu, jeśli dane są współrzędne końców jego średnicy</li> <li>- wyznacza równanie okręgu wpisanego w kwadrat i opisanego na kwadracie, prostokącie lub trójkącie prostokątnym</li> <li>- stosuje równanie okręgu w zadaniach</li> </ul>	K-P K-P K P P R-D R-D	2
4. Okrąg w układzie współrzędnych (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- równanie okręgu w postaci kanonicznej</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza równanie okręgu spełniającego podane warunki</li> </ul>	P-D	1
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	<ul style="list-style-type: none"> <li>- okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów</li> <li>- określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami</li> <li>- oblicza promień okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego równaniem</li> </ul>	R R R	2
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- styczna do okręgu</li> <li>- sieczna okręgu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z jego promieniem</li> <li>- korzysta z własności stycznej do okręgu</li> <li>- podaje równania stycznych do okręgu, równoległych do osi układu współrzędnych</li> </ul>	P P - R P	1
7. Symetria osiowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii osiowej</li> <li>- figury osiowosymetryczne</li> <li>- symetria względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	K K	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych</li> <li>- sprawdza, czy odcinki są symetryczne względem osi układu współrzędnych</li> <li>- stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach</li> </ul>	K– P K– P P– R P– D	
8. Symetria środkowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii środkowej</li> <li>- figury środkowosymetryczne</li> <li>- symetria względem początku układu współrzędnych</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury środkowosymetryczne</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej</li> </ul>	K K K – P K – P P– D	2
9. Powtórzenie wiadomości 10. Praca klasowa i jej omówienie				4
<b>3. CIĄGI</b>				<b>25</b>
1. Pojęcie ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja ciągu</li> <li>- ciąg liczbowy</li> <li>- wykres ciągu</li> <li>- wyraz ciągu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie</li> <li>- szkicuje wykres ciągu</li> </ul>	K–P K–P K–P	1
2. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sposoby określania ciągu</li> <li>- wzór ogólny ciągu</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu, jeśli danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> <li>- wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li> </ul>	P K–P P–R R–D	2
3. Ciągi monotoniczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki</li> </ul>	K–P	2

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny</li> <li>- wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym</li> <li>- bada monotoniczność ciągu, korzystając z jego definicji</li> <li>- wyznacza wartość parametru zawartego we wzorze ciągu tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym</li> </ul>	K-P K-P P-R R-D	
4. Ciągi określone rekurencyjnie	- określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie</li> <li>- wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, jeśli dany jest jego wzór ogólny</li> <li>- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>	K-P P-R R-D	1
5. Ciąg arytmetyczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy</li> <li>- wzór ogólny ciągu arytmetycznego</li> <li>- monotoniczność ciągu arytmetycznego</li> <li>- własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów arytmetycznych</li> <li>- wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, jeśli dane są jego pierwszy wyraz i różnica</li> <li>- określa monotoniczność ciągu arytmetycznego</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, jeśli dane są dowolne dwa jego wyrazy</li> <li>- stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu</li> <li>- wyznacza wartości niewiadomych, tak aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny</li> <li>- stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego</li> </ul>	K K-P K-P P P-R P-R P-D	2
6. Ciąg arytmetyczny (2)	- zastosowanie własności ciągu arytmetycznego w zadaniach	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym</li> <li>- udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej</li> <li>- stosuje własności ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	P-R D P-D	1
7. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (1)	- wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu, w tym tekstowych</li> </ul>	K-P P-R	2
8. Suma początkowych	- zastosowanie wzorów na sumę $n$	Uczeń:		1

wyrazów ciągu arytmetycznego (2)	początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> <li>- bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>	P-R R-D R-D	
9. Ciąg geometryczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu</li> <li>- wzór ogólny ciągu geometrycznego</li> <li>- własności ciągu geometrycznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów geometrycznych</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz</li> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy</li> <li>- wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny</li> </ul>	K K-P P P-R	2
10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- pojęcie średniej geometrycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym</li> <li>- stosuje w zadaniach związki między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego</li> <li>- stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	K-P P-D P-R P-D	1
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	- wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> <li>- stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	K-P P-R	2
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	- własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>	P-D	2
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> <li>- procent składany</li> <li>- kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji</li> <li>- stopy procentowe nominalna i efektywna</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji</li> <li>- oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania</li> <li>- oblicza oprocentowanie lokaty</li> </ul>	K-P R-D P-R	2



		<ul style="list-style-type: none"> <li>- ustala okres oszczędzania</li> <li>- rozwiązuje zadania związane z kredytami</li> </ul>	P-R R-D		
14. Powtórzenie wiadomości 15. Praca klasowa i jej omówienie				4	
<b>4. STATYSTYKA</b>				<b>7</b>	
1. Średnia arytmetyczna	- pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych</li> <li>- oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną</li> </ul>	K  K-R P-D	2	
2. Medianai dominanta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie mediany</li> <li>- pojęcie dominanty</li> </ul>	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza medianę i dominantę zestawu danych</li> <li>- wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę</li> </ul>	K P-R  K-R P-D	1	
3. Średnia ważona	- pojęcie średniej ważonej	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami</li> <li>- stosuje w zadaniach średnią ważoną</li> </ul>	K-P P-D	1	
4. Powtórzenie wiadomości 5. Praca klasowa i jej omówienie				3	
<b>Godziny do dyspozycji nauczyciela</b>				<b>17</b>	
				<b>Razem</b>	<b>90</b>